

Олимпиада по информатике

Витус Беринг — 2019

8-9 классы

Задача 1.

2 балла.

Имеется ведро с 12 литрами воды (изначально полное) и еще 2 ведра, объемом по 8 литров и 5 литров (изначально пустые). Необходимо получить два ведра, в которых содержится по 6 литров воды в каждом не более чем за 7 переливаний. Переливать воду можно только в ведра (выливать и доливать воду нельзя).

Ответ записать в форме таблицы:

№ переливания	0	1	2	3	4	5	6	7
12 литров	12							
8 литров	0							
5 литров	0							

Решение.

№ переливания	0	1	2	3	4	5	6	7
12 литров	12	4	4	9	9	1	1	6
8 литров	0	8	3	3	0	8	6	6
5 литров	0	0	5	0	3	3	5	0

Задача 2.

2 балла.

Абитуриенты Егор, Матвей, Дмитрий и Юрий приехали в университет из разных городов: Е, М, Д и Ю. Известно следующее:

- Егор никогда не был в городе Ю, но всегда мечтал там побывать.
- Матвей иногда приезжает в город Е погостить у бабушки.
- Юра очень часто по ночам смотрит в бинокль на огни города Д.
- Город М находится дальше от университета, чем город Д.
- Дима живет в городе, который находится ближе всего к университету.
- Города М и Ю находятся на одинаковом расстоянии от университета.
- Ни один из абитуриентов не живет в городе, называемом той же буквой, с которой начинается его имя.

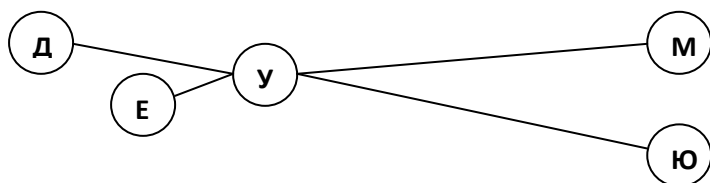
Определите, в каком городе живет каждый абитуриент. Ответ необходимо обосновать.

Решение.

Заполним таблицу по условиям 1-3 и 7:

Город абитуриент	Егор	Матвей	Дмитрий	Юрий
Е	-	-		
М		-		
Д			-	-
Ю	-			-

По условиям 4, 5, 6 можно построить следующий граф (города М и Ю находятся дальше от университета, чем город Д. В условии 5 говорится, что Дима живет в городе, который ближе всего к университету, но, по условию 7 он не может жить в городе Д, следовательно, самый близкий к университету оказывается город Е, в котором живет Дима):



Зная, что Дима живет в городе Е можно заполнить таблицу до конца:

Город\ абитуриент	Егор	Матвей	Дмитрий	Юрий
Е	-	-	+	-
М	-	-	-	+
Д	+	-	-	-
Ю	-	+	-	-

Егор – Д
 Матвей – Ю
 Дмитрий – Е
 Юрий – М

Задача 3.

2 балла.

Боб и Алиса хотят обмениваться зашифрованными сообщениями. Они придумали секретный шифровальный ключ, который является группой цифр, повторённой необходимое количество раз (зависит от длины передаваемого сообщения). Известен следующий алгоритм шифрования сообщения: каждая буква сообщения должна быть заменена на букву, номер которой равен порядковому номеру исходной буквы в алфавите плюс цифра секретного ключа, стоящая под ней. Если при этом номер окажется больше 33, то ту часть, которая превышает 33 необходимо прибавлять к 0 (например, исходная буква «Ю», ей соответствует цифра 4 секретного ключа, тогда, в зашифрованном сообщении этой букве будет соответствовать буква «В»).

Например, Боб решил передать Алисе сообщение, состоящее из слова ИНФОРМАЦИЯ. Известен ключ шифрования: 1234.

Исходное сообщение:	И	Н	Ф	О	Р	М	А	Ц	И	Я
Секретный ключ:	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
Шифрованное сообщение:	Й	П	Ч	Т	С	О	Г	Ъ	Й	Б

Русский алфавит: АБВГДЕЁЖЗИЙКЛМНОПРСТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ

Алиса получила от Боба следующее сообщение: **ГЧЩРЗИШЗАРПЁА**

Известен ключ для расшифровки сообщения: **48926**

Какое сообщение передавал Боб? Ответ обоснуйте.

Решение. Составим таблицу соответствий:

Шифрованное сообщение:	Г	Ч	Щ	Р	З	И	Ш	З	А	Р	П	Ё	А
Текущий номер буквы:	4	25	27	18	9	10	26	9	1	18	17	7	1
Секретный ключ:	4	8	9	2	6	4	8	9	2	6	4	8	9
Исходный номер буквы:	33	17	18	16	3	6	18	33	32	12	13	32	25
Исходное сообщение:	Я	П	Р	О	В	Е	Р	Я	Ю	К	Л	Ю	Ч

Задача 4.

2 балла.

На вход исполнителю подается натуральное число N ($0 < N < 256$). С данным числом исполнитель проделывает следующий ряд действий:

1. Переводит число в двоичную систему счисления, при необходимости дополняя его нулями до 8-битового представления (например, число $10_{10} = 1010_2$. Дополняем его нулями до 8-битового представления: 00001010_2).
2. Все цифры двоичного числа двигаются влево на 3 позиции, при этом старшие биты переходят в младшие (например, для числа 00001010 сдвиг влево на 3 бита даст число 01010000). Данное преобразование повторяется три раза.
3. Полученное число переводится обратно в десятичную систему счисления.

В результате работы исполнителя получилось число 72. Найдите исходное число N .

Решение. Необходимо произвести все действия в обратном порядке.

1. Переводим 72 в двоичную систему счисления и дополняем до 8-битового представления: **01001000**
2. Повторяем 3 раза: все цифры двоичного числа двигаются вправо, при этом старшие биты переходят в младшие:

00001001

00100001

00100100

3. Полученное число переводим в десятичную систему счисления: $00100100_2 = 36_{10}$

Задача 5.

5 баллов.

Автомат получает на вход четырёхзначное число (первая цифра не равна нулю). По этому числу строится новое число по следующим правилам:

- 1) складываются первая и вторая, вторая и третья, третья и четвертая цифры исходного числа;
- 2) полученные цифры записываются друг за другом в порядке убывания.

Например, исходное число 2019. Суммы: $2+0 = 2$, $0+1 = 1$, $1+9 = 10$. Полученные числа (2, 1, 10) записываются в порядке убывания: 1021.

Даны пять чисел, которые получились в результате работы автомата:

321,

860,
1276,
13123,
171615.

Для каждого числа необходимо найти минимальное целое число, при подаче которого на вход автомату было получено данное число (т.е. необходимо найти минимальные исходные числа для чисел 321, 860, 1276, 13123, 171615).

В ответе запишите 5 целых чисел в отдельных строках. Порядок чисел в ответе менять нельзя. Если вы не можете найти ответ для какого-то из чисел, запишите вместо него любое число (главное не пропускайте строку с ответом).

Решение.

321 **1021**: 1+0, 0+2, 2+1 = 1, 2, 3
860: **2600**: 2+6, 6+0, 0+0 = 8, 6, 0
1276: **1570**: 1+5, 5+7, 7+0 = 6, 12, 7
13123: **4930**: 4+9, 9+3, 3+0 = 13, 12, 3
171615: **6988**: 6+9, 9+8, 8+8 = 15, 17, 16

Задача 6.

6 баллов.

Написать программу.

На вход программы подается число N и число k ($0 \leq k \leq 9$). Для данного числа N находится его факториал. Необходимо вывести сколько раз встречается цифра k в найденном факториале.

* факториалом числа N (обозначается $N!$) называется произведение чисел от 1 до N . Например, $N = 5$, тогда $5! = 1*2*3*4*5 = 120$.

Входные данные: два целых положительных числа N и k ($0 \leq k \leq 9$), где N – исходное число, k – искомая цифра.

Выходные данные: программа должна вывести одно целое число – сколько раз цифра k встретилась в факториале числа N .

Пример

Входные данные	Выходные данные
5 2	1
9 8	2

Пояснение к примеру 2: $9! = 362880$.

Решение. В данной задаче сначала необходимо найти факториал числа, затем, используя функции целочисленного деления и нахождения остатка от деления необходимо посчитать сколько раз встречается введенная цифра k .

Пример программы на языке Pascal:

```
var
  fact, N, k, count, i, c: integer;
begin
  readln(N, k);
  fact := 1;
  for i := 1 to N do
    fact := fact * i;
```

```

c := 0;
count := 0;
while fact > 0 do
begin
  c := fact mod 10;
  if (c = k) then count := count + 1;
  fact := fact div 10;
end;
writeln(count);
end.

```

Задача 7.

6 баллов.

Написать программу.

Дана шахматная доска размером $M \times N$. Необходимо написать программу, которая вычисляет какое максимальное количество королей можно разместить на этой шахматной доске так, чтобы никакие 2 короля не били друг друга.

* Король – шахматная фигура, под боем которой находятся все клетки, соседние с ней по горизонтали, вертикали или диагонали.

Входные данные: целые положительные числа M и N – размеры шахматной доски.

Выходные данные: целое число – максимально количество королей, которые не бьют друг друга.

Пример

Входные данные	Выходные данные
4 3	4
7 5	12

Решение. В общем случае количество королей, не бьющих друг друга, будет вычисляться по формуле: $(N//2 + k_1) * (M//2 + k_2)$, где $//$ - целочисленное деление, а числа k_1 и k_2 зависят от четности / нечетности входных значений N и M соответственно. Если число четное, то $k_{1,2} = 0$, если число нечетное, $k_{1,2} = 1$.

Пример программы на языке Pascal:

```

var
  M, N, k1, k2, count: integer;
begin
  readln(M, N);
  if (M mod 2 = 0) then
    k1 := 0
  else k1 := 1;
  if (N mod 2 = 0) then
    k2 := 0
  else k2 := 1;
  count := (M div 2 + k1) * (N div 2 + k2);
  writeln(count);
end.

```